

TEMA 4: EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Segundo Curso de Educación Secundaria Obligatoria. I.E.S de Fuentesauco.
Manuel González de León.

CURSO 2011 -2012



TEMA 4. EXPRESIONES ALGEBRAICAS::

1. Del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico.
2. Expresiones algebraicas.
3. Monomio.
4. Operaciones con monomios.
5. Polinomios.
6. Operaciones con Polinomios.
7. Igualdades Notables.

1.- Del lenguaje ordinario al lenguaje algebraico

- **Definición de Algebra:**

El algebra clásica es una rama de las matemáticas que se ocupa de la resolución de las ecuaciones algebraicas mediante fórmulas explícitas.

Utiliza letras, números y signos de operaciones para expresar información.

Ejercicio:

Calcular:

- El triple de 2
- El cuadrado de $(3 + 2)$
- El número natural consecutivo a 2
- Hoy tengo 14 años ¿Cuántos años tendré cuando pasen 18 años?
- Hoy tengo 14 años ¿Cuántos años tenía hace 9 años?

Ejercicios resueltos nº 1 y 2.

2.- Expresiones algebraicas.

a. Expresiones algebraicas.

- Definición:

Una expresión algebraica es un grupo de números y letras ligados o unidos por las operaciones de:

Suma

Resta

Multiplicación

División

Potenciación



Una expresión algebraica esta formada por uno o varios sumandos llamados **TERMINOS (Monomios)**

Ejemplo: al 20% de un número le añadimos 200 y nos da el doble de dicho número disminuido en 24.

$$\frac{20}{100}x + 200 = 2x - 24$$

Hay cuatro términos o monomios

$$\frac{20}{100}x + 200 = 2x - 24$$

1º 2º 3º 4º

b. Valor numérico de una expresión algebraica.

– Concepto:

El valor numérico de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las letras de la mismas expresión algebraica por números determinado y hacer las operaciones indicadas.

Ejemplo.

$2x$	{	Para $x = 1 \implies 2 \cdot 1 = 2$
		Para $x = -1 \implies 2 \cdot (-1) = -2$
		Para $x = 3 \implies 2 \cdot 3 = 6$

$2x + 4$	{	Para $x = 1 \implies 2 \cdot 1 + 4 = 6$
		Para $x = -1 \implies 2 \cdot (-1) + 4 = 2$
		Para $x = 3 \implies 2 \cdot 3 + 4 = 10$



3.- Monomio::

▪ **Concepto:**

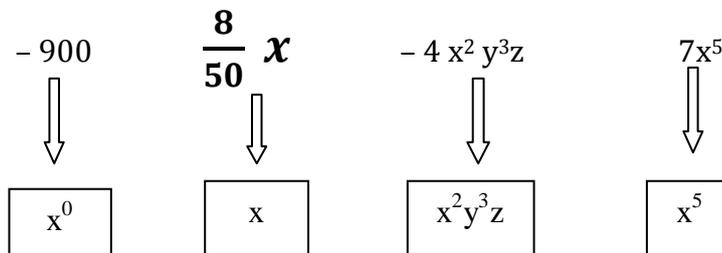
Un monomio es una expresión algebraica en la que las únicas operaciones que afectan a las letras son la multiplicación y la potenciación de exponente entero positivo.

Ejemplo:

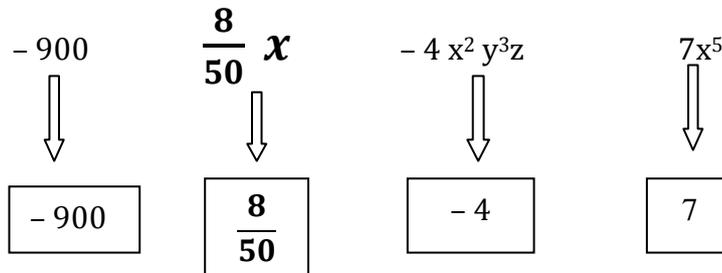
$$- 900 \quad \frac{8}{50} x \quad - 4 x^2 y^3 z \quad 7x^5$$

▪ **Partes de un monomio:**

✓ Parte literal: Las letras con sus exponentes.

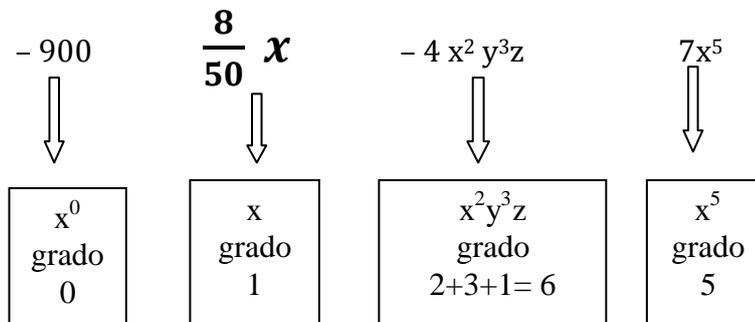


✓ Coeficiente: Son los números que multiplican a las letras.



▪ **Grado de un monomio.**

El grado de un monomio es la suma de los exponentes de sus letras.





▪ **Monomios semejantes.**

Decimos que dos monomios son semejantes cuando los dos tienen la misma parte literal elevados a los mismos exponentes.

Ejemplo:

En la expresión $5x^2 - 3x + 10 = \frac{3}{5}x - 8 + 4x$

Son monomios semejantes:

$$-3x \rightarrow \frac{3}{5}x \rightarrow 4x$$

$$10 \rightarrow -8$$

$5x^2$ no tiene ningún monomio semejante.

4.- Operaciones con monomios:.

• **Suma y resta de monomios.**

Concepto:

Para sumar o restar monomios, estos deben de ser semejantes. En caso contrario se deja la suma o la resta indicada.

Por lo tanto la suma o diferencia de dos monomios semejantes es otro monomio semejante, cuyo coeficiente es la suma o la resta de los coeficientes dados.

También se dice que sumar o restar monomios es reducir términos semejantes.

Ejemplo:

$$3x^3 + 2x^2 + 5x^3 - 4x - 3x^2$$

Señalamos los monomios semejantes

$$3x^3 + 2x^2 + 5x^3 - 4x - 3x^2$$

Sumamos o restamos

$$3x^3 + 5x^3 = 8x^3$$

$$2x^2 - 3x^2 = -1x^2$$

Resultado $8x^3 - x^2 - 4x$

Observar que se suman o restan los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Ejercicio resuelto nº 8

• **Multiplicación de monomios:**

El producto de dos monomios se obtiene multiplicando los coeficientes y las partes literales:

$$3x^2 \cdot 4x = 3 \cdot 4 \text{ y } x^2 \cdot x \text{ Resultado} = 12x^3$$



- **División de monomios:**

El cociente de dos monomios se obtiene dividiendo los coeficientes y las partes literales

Ejemplo:

$$a^5 : a^3 \longrightarrow 1 : 1 = 1 \text{ y } a^5 : a^3 = a^{5-3} \longrightarrow \text{resultado} = 1a^2 = a^2$$

$$16x^5yz^2 : 2x^3yz \longrightarrow 16 : 2 = 8 \longrightarrow x^5yz^2 : x^3yz = x^2z \longrightarrow \text{resultado} = 8x^2z$$

- **Potenciación de monomios:**

Se eleva el coeficiente y la parte literal.

Ejemplo:

$$(3x^2y)^3 = 27x^6y^3$$

- **Raíz de monomios:**

Para extraer la raíz n-sima de un monomio se extrae la raíz n-exima del coeficiente y la raíz n-sima de la parte literal.

Ejemplo:

$$\sqrt{49a^4b^2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{a^4} \cdot \sqrt{b^2}$$

\Downarrow

7

\Downarrow

a²

\Downarrow

b

Solución = 7a²b

Ejercicio resuelto nº 9

5.- Polinomios::

- **Concepto:**

Un polinomio es una expresión algebraica formada por la suma o diferencia de dos o más monomios.

Ejemplo:

$$2ab + 5c - 3ac^2 \longrightarrow \text{es un polinomio formado por tres monomios.}$$



- **Grado:**

El grado de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo forman.

$$5x - 3aby^6 + 2$$

Grado del 1º monomio $5x \rightarrow$ grado $x = 1 \rightarrow$ grado 1

Grado 2º monomio $- 3aby^6 \rightarrow$ grado $aby^6 = 1 + 1 + 6 = 8 \rightarrow$ grado 8

Grado 3º monomio $2 \rightarrow$ grado de $x^0 = 0 \rightarrow$ grado 0

El grado del polinomio es 8

- El polinomio formado por dos términos o monomios se llama binomio.

$$2x + 3$$

- El polinomio formado por tres términos o monomios se llama trinomio.

$$4x + 5y - 6$$

- **Como ordenar un polinomio.**

Para ordenar un polinomio se debe de hacer con respecto a una de las letras, de manera que los exponentes se ordenen de forma creciente o decreciente respecto a esa letra.

$5x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x - 7 \rightarrow$ orden decreciente

$5 + 3x - x^2 + 7x^3 \rightarrow$ orden creciente

- **Clases de polinomios.**

- Incompletos: Cuando falta algún grado de los monomios.

$5x^4 - 3x^3 + x + 6 \rightarrow$ Polinomio Incompleto falta el grado 2 (x^2)

- Completo: Cuando no falta ningún grado de los monomios.

$3x^2 + 5x - 7 \rightarrow$ Polinomio completo de grado 3.



6.- Operaciones con Polinomios::

- **Suma de polinomios.**

Se agrupan los monomios semejantes después de ordenarlos.

Ejemplo.

$$(3x^2 - 7 + x^3) + (5x^2 - 10) + (4x - 7x^3 + 10x^2) + 5x^3$$

$$\begin{array}{rcccc}
 & x^3 & + 3x^2 & & - 7 \\
 & & 5x^2 & & - 10 \\
 - 7x^3 & + 10x^2 & & + 4x & \\
 5x^3 & & & & \\
 \hline
 - x^3 & + 18x^2 & + 4x & & - 17
 \end{array}$$

- **Resta de polinomios.**

Se suma al minuendo el opuesto del sustraendo

$$(3x^2 - 10 + 4x) - (5x^2 + 8) \qquad (3x^2 + 4x - 10) - (-5x^2 - 8)$$

$$\begin{array}{rcccc}
 3x^2 & + 4x & - 10 & & \\
 - 5x^2 & & - 8 & & \\
 \hline
 - 2x^2 & + 4x & - 18 & &
 \end{array}$$



Ejemplo: $(3x^4 - 5x^3 - 10x + 2) : (x^2 - 4)$

$$\begin{array}{r}
 3x^4 \quad - 5x^3 \quad - 10x \quad + 2 \\
 - (3x^4 \quad - 12x^2) \\
 \hline
 \quad - 5x^3 \quad - 12x^2 \quad - 10x \\
 \quad - (5x^3 \quad + 20x) \\
 \hline
 \quad \quad - 12x^2 \quad - 30x \quad + 2 \\
 \quad \quad - (12x^2 \quad - 48) \\
 \hline
 \quad \quad \quad - 30x \quad + 50
 \end{array}$$

- **Método de Ruffini para divisiones entre $(x - a)$**

Ejemplo: $(4x^5 - 3x^4 - 30x^2 + 5) : (x - 2)$

COEFICIENTES DEL DIVIDENDO

$x - a = x -$	4	- 3	0	- 30	0	5	
2							
$a = 2$							
2	4	8	10	20	- 20	- 40	
Valor de a	4	5	10	- 10	- 20	- 30	Resto

Cociente: $4x^4 + 5x^3 + 10x^2 - 10x - 20$



7.- Igualdades Notables:::

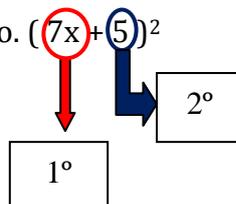
- **El cuadrado de una suma:**

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

		a	+	b	
	•	a	+	b	
		ab	+	b ²	
a ²	+	ab			
a ²	+	2ab	+	b ²	

El cuadrado de una suma es igual al cuadrado del 1º, más el doble producto del 1º por el 2º, más el cuadrado del 2º

Ejemplo. $(7x + 5)^2$



$$\begin{aligned}
 (7x + 5)^2 &= (7x)^2 + 2 \cdot 7x \cdot 5 + 5^2 \implies 49x^2 + 70x + 25 \\
 &= (1^\circ)^2 + 2 \cdot (1^\circ) \cdot (2^\circ) + (2^\circ)^2
 \end{aligned}$$

- **El cuadrado de una diferencia:**

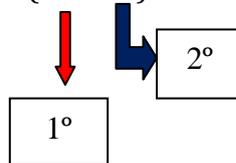
$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

		a	-	b	
	•	a	-	b	
		ab	+	b ²	
a ²	-	ab			
a ²	-	2ab	+	b ²	

El cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del 1º, menos el doble producto del 1º por el 2º, más el cuadrado del 2º



Ejemplo. $(7x - 5)^2$



$$\begin{aligned}
 (7x - 5)^2 &= (7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 5 + 5^2 \implies 49x^2 - 70x + 25 \\
 &= (1^\circ)^2 - 2 \cdot (1^\circ) \cdot (2^\circ) + (2^\circ)^2
 \end{aligned}$$

• **Suma por diferencia:**

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

		a	+	b
	·	a	-	b
	+	ab	-	b²
a ²	-	ab		
a ²	-	0	-	b ²

La suma de un monomio por su diferencia es igual al cuadrado del 1º,
 menos el cuadrado del 2º.
 Abreviadamente : suma por diferencia, diferencia de cuadrados.