

TEMA 5: ECUACIONES.

Segundo Curso de Educación Secundaria Obligatoria. I.E.S de Fuentesauco.
Manuel González de León.

CURSO 2011 -2012



TEMA 5. ECUACIONES::

1. Igualdades y Ecuaciones.
2. Soluciones de una Ecuación.
3. Reglas de la suma y el producto.
4. Resolución de ecuaciones de 1º Grado.
5. Resolución de ecuaciones de 2º Grado.
6. Resolución de problemas mediante ecuaciones.

1.- Igualdades y Ecuaciones::

a. Igualdades:

Una igualdad numérica se compone de dos expresiones numéricas, del mismo valor, unidas por el signo igual (=)

Ejemplo: $3 + 4 = 5 + 2$

Como toda igualdad tiene dos miembros



b. Ecuaciones:

– Concepto:

Una ecuación es una igualdad algebraica en cuyos miembros hay letras y números relacionados por operaciones aritméticas.

Por lo tanto al ser una igualdad, una ecuación tiene también dos miembros.



Las letras o letras de una ecuación se llaman incógnita o incógnitas porque su valor es desconocido.

c. Clasificación de las ecuaciones.

Las ecuaciones se clasifican por el número de letras o incógnitas y por el término de mayor grado de los exponentes.

- Si el grado es 1: se llaman ecuaciones de primer grado
- Si tienen una sola incógnita: se llaman ecuaciones con una incógnita.
- Si el grado es 2: se llaman ecuaciones de segundo grado
- Si tiene dos incógnitas: se llaman ecuaciones de dos incógnitas.

2.- Soluciones de una Ecuación::

– Concepto.

Las soluciones de una ecuación son los valores que deben tomar las incógnitas para que se verifique la igualdad.

Resolver una ecuación es hallar sus soluciones

$$x + 5 = 9 \quad \text{solución} \quad x = 4 \implies 4 + 5 = 9$$

– Ecuaciones Equivalentes.

Decimos que dos o más ecuaciones son equivalentes si tienen las mismas soluciones:

$$x + 5 = 9 \quad \text{y} \quad x + 4 = 8 \quad \text{solución} \quad x = 4$$

$$4 + 5 = 9 \quad \text{y} \quad 4 + 4 = 8$$

Las ecuaciones $x + 5 = 9$ y $x + 4 = 8$ son equivalentes.



3.- Reglas de la suma y el producto::

a. Regla de la suma.

Si a los dos miembros de una ecuación les sumamos o restamos un mismo número o una misma expresión algebraica, obtenemos una ecuación equivalente y por lo tanto con el mismo resultado

Ejemplo:

$$5x - 2 = 9 + 4x$$

Sumamos 2

$$5x - 2 + 2 = 9 + 4x + 2$$

$$5x = 9 + 4x + 2$$

Restamos 4x

$$5x - 4x = 9 + 4x + 2 - 4x$$

$$x = 11$$



b. Regla del producto.

Si a los dos miembros de una ecuación los multiplicamos o los dividimos por un número, distinto de cero, obtenemos otra ecuación equivalente; es decir, otra ecuación con el mismo resultado.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} x = 6$$

Multiplicamos por 3

$$3 \cdot \frac{2}{3} x = 6 \cdot 3$$

$$2 x = 18$$

Dividimos por 2

$$\frac{2}{2} x = \frac{18}{2}$$

$$x = 9$$



4.- Resolución de ecuaciones de 1º Grado::

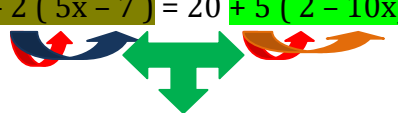
– Normas prácticas para resolver una ecuación.

1. Se quitan paréntesis si los hay: aplicando la propiedad distributiva y la regla de los signos.
2. Se quitan denominadores si los hay: reduciendo a común denominador (m.c.m).
3. Se escriben los términos en "x" en el 1º miembro: aplicando la regla de la suma.
4. Se escriben los términos independientes en el 2º miembro: aplicando la regla de la suma.
5. Se reducen términos semejantes y se opera.
6. Finalmente se halla el valor de la incógnita: aplicando la regla del producto.

Ejemplo:

Resolver: $3x - 2(5x - 7) = 20 + 5(2 - 10x)$

1. Se quitan paréntesis si los hay: aplicando la propiedad distributiva y la regla de los signos.

$$3x - 2(5x - 7) = 20 + 5(2 - 10x) \longrightarrow 3x - 10x + 14 = 20 + 10 - 50x$$


Propiedad distributiva y
la regla de los signos.

2. Se quitan denominadores si los hay.

$$3x - 10x + 14 = 20 + 10 - 50x$$

3. Se escriben los términos en "x" en el 1º miembro: aplicando la regla de la suma.

$$3x - 10x + 14 = 20 + 10 - 50x$$

$$3x - 10x + 14 + 50x = 20 + 10 - 50x + 50x$$

$$3x - 10x + 14 + 50x = 20 + 10$$

4. Se escriben los términos independientes en el 2º miembro: aplicando la regla de la suma.

$$3x - 10x + 14 + 50x = 20 + 10$$



$$3x - 10x + 14 - 14 + 50x = 20 + 10 - 14$$

$$3x - 10x + 50x = 20 + 10 - 14$$

5. Se reducen términos semejantes y se opera.

$$3x - 10x + 50x = 20 + 10 - 14$$

$$43x = 16$$

6. Finalmente se halla el valor de la incógnita: aplicando la regla del producto.

$$43x = 16$$

$$\frac{43}{43} x = \frac{16}{43} \Rightarrow x = \frac{16}{43}$$

Resolver: $7x - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}x = 10 - 8x$

1. Se quitan paréntesis si los hay: aplicando la propiedad distributiva y la regla de los signos. $\rightarrow$ NADA

2. Se quitan denominadores si los hay.

$$7x - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}x = 10 - 8x \quad \text{m.c.m (1, 4 y 6) = 12}$$

$$\frac{84x}{12} - \frac{9}{12} + \frac{10}{12}x = \frac{120}{12} - \frac{96x}{12} \rightarrow 84x - 9 + 10x = 120 - 96x$$

3. Se escriben los términos en "x" en el 1º miembro: aplicando la regla de la suma.

$$84x - 9 + 10x = 120 - 96x \quad \text{sumo } +96x$$

$$84x - 9 + 10x + 96x = 120 - 96x + 96x$$

$$84x - 9 + 10x + 96x = 120$$

4. Se escriben los términos independientes en el 2º miembro: aplicando la regla de la suma.

$$84x - 9 + 10x + 96x = 120 \quad \text{sumo } +9$$

$$84x - 9 + 10x + 96x + 9 = 120 + 9$$

$$84x + 10x + 96x = 120 + 9$$

5. Se reducen términos semejantes y se opera.

$$84x + 10x + 96x = 120 + 9 \quad 190x = 129$$

6. Finalmente se halla el valor de la incógnita: aplicando la regla del producto.

$$\frac{190x}{190} = \frac{129}{190} \rightarrow x = \frac{129}{190}$$



5.- Resolución de ecuaciones de 2º Grado::

Existen 4 tipos de ecuaciones de 2º Grado.

1. Ecuaciones del tipo::

$$ax^2 + c = 0$$

- Características:
 - a tiene que ser distinta de cero ($a \neq 0$), pues si lo fuera no existiría ecuación.
 - ax^2 se llama término **CUADRÁTICO**.
 - c se llama término lineal.
- Manera de resolverla:
 - Pasamos el término independiente al segundo miembro

$$ax^2 = 0 - c$$

- Pasamos el coeficiente del término cuadrático al segundo miembro dividiendo

$$x^2 = \frac{0 - c}{a}$$



- Quitamos el cuadrado de la x y hallamos la raíz cuadrada del segundo miembro.

$$x = \sqrt{\frac{0 - c}{a}}$$

- La solución está constituida por dos números opuestos.

$$x = \pm \sqrt{\frac{0 - c}{a}}$$

2. Ecuaciones del tipo:..

$$ax^2 = 0$$

- En estas ecuaciones el término independiente es c es 0.
- La solución es:

$$x = 0$$



3. Ecuaciones del tipo::

$$ax^2 + bx = 0$$

- **Características**

- a tiene que ser distinta de cero ($a \neq 0$), pues si lo fuera no existiría ecuación.
- El término bx se le llama término lineal.

- **Maneras de resolverla.**

- Sacamos factor común a "x"

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x \times (ax + b) = 0$$

- El 1º miembro de la ecuación es un producto de dos factores

$$x \times (ax + b)$$

Por lo tanto uno de los dos factores vale cero

$$x = 0$$

PRIMERA SOLUCIÓN



$$(ax + b) = 0$$

➤ Si

$$(ax + b) = 0$$

Despejamos "x"

$$ax = 0 - b$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

➤ Por lo tanto las ecuaciones del tipo

$$ax^2 + bx = 0$$

Tienen 2 soluciones:

1ª solución:

$$x = 0$$

2ª solución

$$x = -\frac{b}{a}$$

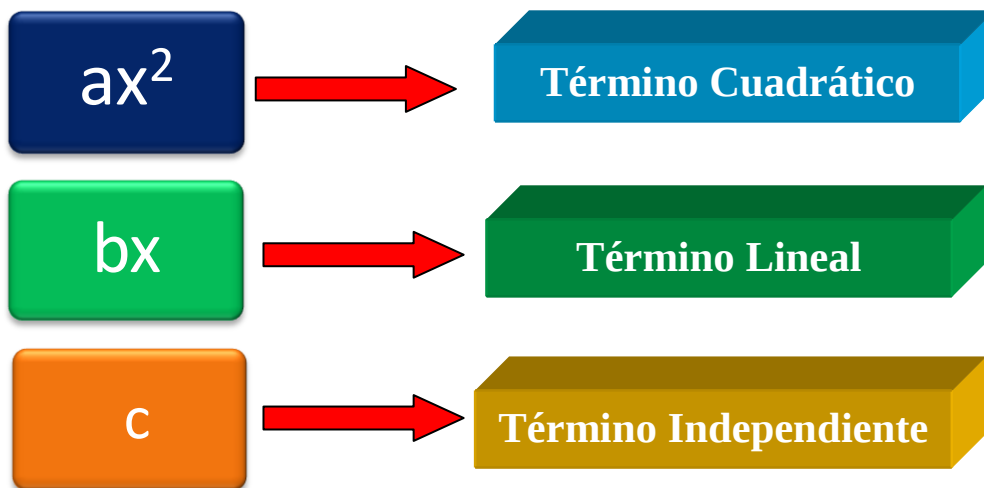


4. Ecuaciones del tipo

$$ax^2 + bx + c = 0$$

➤ **Características:**

- Se llaman ecuaciones de segundo grado completa, porque tiene todos sus términos



➤ **Manera de resolverla:**

- Tiene dos soluciones.
- Se resuelve a través de la fórmula.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



6.- Resolución de problemas mediante ecuaciones.

Para resolver problemas mediante ecuaciones conviene seguir estos pasos:

1. Expresar el enunciado en lenguaje algebraico.
2. Escribir la ecuación.
3. Resolver la ecuación.
4. Interpretar el resultado.
5. Comprobar el resultado obtenido.

Ejercicios pg. 94 y 95