

TEMA 7: MAGNITUDES PROPORCIONALES:

Segundo Curso de Educación Secundaria Obligatoria. I.E.S de Fuentesauco.
Manuel González de León.

Curso 2011 - 2012



TEMA 8: MAGNITUDES PROPORCIONALES:

- 1.- Proporcionalidad.
- 2.- Tanto por ciento o porcentaje.
- 3.- Magnitudes directamente proporcionales.
- 4.- Magnitudes inversamente proporcionales.
- 5.- Proporcionalidad compuesta.
- 6.- Interés Simple.

1.- Proporcionalidad::

A. Razón entre dos números:

Llamamos razón entre dos números a y b al cociente $\frac{a}{b}$

Ej. La razón entre 10 y 2 es 5 $\rightarrow \frac{10}{2} = 5$

La razón entre 8 y 4 es 2 $\rightarrow \frac{8}{4} = 2$

B. Proporción numérica:

Decimos que los números a, b, c y d forman una proporción si la razón entre a y b es la misma que la razón entre c y d

Es decir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Se lee "a es a b como c es a d"

Ej. : Los números 2, 5, 8 y 20 forman una proporción, ya que la razón entre 2 y 5 es la misma que la razón entre 8 y 20; es decir $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

En una proporción de los números a, b, c y d; a y d se llaman extremos y los números b y c se llaman medios.

En toda proporción se verifica que el producto de extremos es igual al producto de medios $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se verifica $a \cdot d = b \cdot c$

Ejercicios resueltos nº 1 y 2.

Ejercicios 26, 27, 28, 29, 30 y 31.



2.- Tanto por ciento o porcentajes::

▪ Concepto:

Un tanto por ciento o porcentaje es la cantidad que hay en cada 100 unidades. Se expresa añadiendo a la cantidad el símbolo %.

▪ Cálculo de porcentajes:

1. De una cantidad

Para calcular un tanto por ciento o porcentaje de una cantidad, se multiplica la cantidad por la fracción equivalente al porcentaje o por el número decimal equivalente al porcentaje.

Ej. : 85% de 500

$$\frac{85}{100} \cdot 500 = \frac{85 \cdot 500}{100} = 425$$

2. De una cantidad y su descuento

Para hallar el precio final de un artículo que tiene un r% de descuento, se multiplica la cantidad inicial del artículo por (1 -)

Ej. : ¿Cuánto pagaremos por un artículo de 200€ si nos hacen un descuento del 5%?

$$200 \left(1 - \frac{5}{100} \right) = 200 (1 - 0.05) = 200 \cdot 0.95 = 190€$$

3. De una cantidad y su aumento

Para hallar el precio final de un artículo que tiene un r% de aumento, se multiplica la cantidad inicial del artículo por (1 + $\frac{r}{100}$)

Ej. : ¿Cuánto pagaremos por un artículo de 200€ si aumentamos su precio en un 8%?

$$200 \left(1 + \frac{8}{100} \right) = 200 (1 + 0,08) = 200 \cdot 1,08 = 216$$

Ejercicios resueltos nº 5 y 6

Ejercicios 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 y 16.



3.- Magnitudes directamente proporcionales

a. Concepto:

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando ocurre una de las siguientes cuestiones:

1. Si aumentamos una cantidad de la primera magnitud, aumenta la cantidad homóloga de la segunda magnitud.
2. Si disminuimos la cantidad de la primera magnitud, disminuye la cantidad homóloga de la segunda magnitud

b. Cálculo de magnitudes directamente proporcionales.

Para el cálculo de estas magnitudes se utiliza la regla de tres simple directa.

Ej.: Javier trabaja 8 horas y cobra 48€. Si trabaja 10 horas cuanto cobraría:

$$8 \text{ h} \longrightarrow 48\text{€}$$

$$10 \text{ h} \longrightarrow x \text{ €}$$

$$8x = 480; x = \frac{480}{8} \rightarrow x = 60\text{€}$$

Si trabajara 6 horas cuanto cobraría:

$$8 \text{ h} \longrightarrow 48\text{€}$$

$$6 \text{ h} \longrightarrow x\text{€}$$

$$8x = 288; x = \frac{288}{8} \rightarrow x = 36\text{€}$$

Ejercicios 1 y 2.

c. Constante de Proporcionalidad.

Se llama así a la razón cociente o división entre dos valores homólogos correspondientes a dos magnitudes directamente proporcionales. Se representan con la letra "K".

Ej.:

$$K = \frac{48}{8} = 6 \quad K = \frac{60}{10} = 6 \quad K = \frac{36}{6} = 6$$

d. Ecuación entre dos magnitudes directamente proporcionales:

Normalmente las cantidades que se refieren a una de las magnitudes se representan con "x"; la variable independiente.

La variable dependiente se representa con "y".



La ley que liga ambas magnitudes viene dada por una ecuación del tipo:

$$y = K x$$

"K" es la constante de proporcionalidad.

Ej.: En el caso anterior la ecuación es: $y = Kx$

$y=6x$	para $x = 8$	$y = 6 \cdot 8$	$y = 48.$
$y=6x$	para $x = 10$	$y = 6 \cdot 10$	$y = 60$
$y=6x$	para $x = 6$	$y = 6 \cdot 6$	$y = 36$

e. Repartos directamente proporcionales.

Para realizar repartos directamente proporcionales:

- Utilizaremos la ecuación: $y = Kx$
- Hallaremos la constante de proporcionalidad "K"
- Resolvemos la ecuación.

Ej. 1 y 2

Ejercicios 3,4,43,44,45.46 y 47.

Tabla de valores de una proporcionalidad directa.

En el ejemplo de Javier.

Horas	x	8	10	6	3	1
€	y	48	60	36	18	6

4.- Magnitudes inversamente proporcionales

• **Concepto.**

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando:

- Al aumentar una primera cantidad de la primera magnitud, hace disminuir la cantidad homóloga de segunda magnitud.
- Al disminuir una primera cantidad de la primera magnitud, hace aumentar la cantidad homóloga de la segunda magnitud.

• **Cálculo de magnitudes inversamente proporcionales.**

Para el cálculo de estas magnitudes se utiliza la regla de tres simple inversa.



Ej. : Si 3 personas necesitan 24 días para hacer un trabajo. ¿Cuántos días emplearán 18 personas para realizar el mismo trabajo?.

$$3 \longrightarrow 24$$

$$18 \longrightarrow x$$

$$18x = 3 \cdot 24; 18x = 72; x = \frac{72}{18} = 4 \text{ días}$$

Ejercicios 5 y 6

- **Tabla de valores en una proporcionalidad inversa.**

En el ejemplo anterior:

personas	x	3	18	12	9	6	72
Días	y	24	4	6	8	12	1

- **Constante de proporcionalidad inversa.**

Se llama así al producto entre dos valores homólogos correspondientes a dos magnitudes inversamente proporcionales

En el ejemplo anterior:

$$K = y \cdot x; \quad K = 24 \cdot 3 = 72$$

$$K = y \cdot x; \quad K = 4 \cdot 18 = 72$$

$$K = y \cdot x; \quad K = 6 \cdot 12 = 72$$

- **Ecuación entre dos magnitudes inversamente proporcionales.**

La ley que liga ambas magnitudes, viene dada por la ecuación del tipo:

$$y = K \cdot \frac{1}{x} \text{ de proporcionalidad.}$$

Ej.: En el caso anterior:

$$y = K \frac{1}{x} \Rightarrow y = 72 \frac{1}{x} \Rightarrow \text{para } x = 3 \Rightarrow y = 72 \frac{1}{3} \Rightarrow y = 24$$

$$y = K \frac{1}{x} \Rightarrow y = 72 \frac{1}{x} \Rightarrow \text{para } x = 18 \Rightarrow y = 72 \frac{1}{18} \Rightarrow y = 4$$

- **Repartos inversamente proporcionales.**

Para realizar repartos inversamente proporcionales:

1. Utilizaremos la ecuación: $y = K \cdot \frac{1}{x}$
2. Hallaremos la constante de proporcionalidad "K".



3. Resolveremos la ecuación.

Ejemplos 1 y 2

Ejercicios: 7, 48, 49, 50, 51 y 52

5.- Proporcionalidad Compuesta:::

- **Concepto.**

Una proporción es compuesta cuando hay más de dos magnitudes.

- **Cálculo de magnitudes en una proporcionalidad compuesta.**

Para el cálculo de estas magnitudes se utiliza la regla de tres compuesta.

Para resolverla tendremos en cuenta estas normas:

1. Empezamos a escribir las magnitudes por la magnitud en la que figura la incógnita.
2. Analizaremos magnitud por magnitud, comparando cada una con la magnitud en la que figura la incógnita. Diremos si es directa o inversamente proporcional.
3. La razón entre las cantidades en las que figura la incógnita es igual al producto de las razones directas o inversas según los casos.

Ejemplos:

- Caso 1.- Las magnitudes son directamente proporcionales:

Un trabajador hace 10 m de valla en 7 horas y gana así 49€ por día. ¿Cuál sería la ganancia diaria si hiciera 8m en 5 horas?.

	D	D
€/día	m	h
x	8	5
49	10	7

$$\frac{x}{49} = \frac{8}{10} \cdot \frac{5}{7} \Rightarrow x = \frac{8}{10} \cdot \frac{5}{7} \cdot 49 \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 49}{70} \Rightarrow x = 28€$$

Ejercicios 8, 9, 10 y 11.



- Caso 2. Las magnitudes son inversamente proporcionales.

4 albañiles, trabajando 8 h por día tardan en construir una casa 100 días. ¿Cuántos días tardarán 5 albañiles trabajando 10 h por día?

días	albañiles	h/d
x	5	10
100	4	8

$$\frac{x}{100} = \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{10} \Rightarrow x = \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{10} \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{320}{5} \Rightarrow x = 64 \text{ días}$$

Ejercicios 12, 13, 14 y 15

- Caso 3. Una magnitud es directamente proporcional y la segunda es inversamente proporcional.

Con 20 Kg. de hilo puede tejerse una pieza de tela de 30m de largo y 0,75m de ancha. ¿Que longitud tendrá otra pieza tejida con 30Kg de hilo y 0,60m de ancha?

	D	I
longitud	Kg.	ancho
x	30	0,60
30	20	0,75

$$\frac{x}{30} = \frac{30}{20} \cdot \frac{0,75}{0,60} \Rightarrow x = \frac{30}{20} \cdot \frac{0,75}{0,60} \cdot 30 \Rightarrow x = \frac{225}{1,20} \Rightarrow x = 56,25m$$

6.- Interés Simple.

Para calcular el interés simple debemos aplicar la siguiente formula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

i = interés c = capital r = rédito t = tiempo en años

Si el tiempo viene en meses el denominador debe multiplicarse por 12; si viene en días por 360.

Ej.: 17, 18, 19, 20, 53, 54, 55, 56 y 57.

Problemas